

80/20

Ο Vilfredo Pareto (15 Ιουλίου 1848- 19 Αυγούστου 1923) ήταν Ιταλός μηχανικός, οικονομολόγος και κοινωνιολόγος και έγινε γνωστός για την «Αρχή του Παρέτο» το 1897.

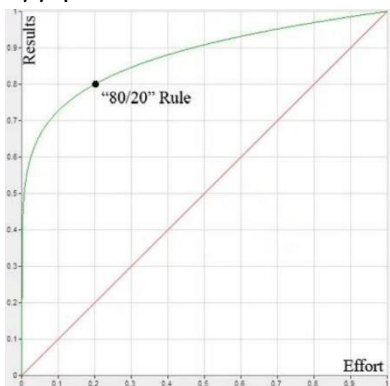
Ο Παρέτο παρατήρησε ότι το 80% του πλούτου της Ιταλίας αλλά και άλλων χωρών που μελέτησε αργότερα, τον κατείχε το 20% του πληθυσμού.



Ακόμη παρατήρησε ότι το 20% των γλαστρών του με αρακά παρήγαγε το 80% του συνολικού αρακά. Το 1930 ο Joseph Juran διατύπωσε τον κανόνα “των σημαντικών ολίγων και των ασήμαντων πολλών” (Law of the vital few and the trival many), όμως επικράτησε η ονομασία «Αρχή του Παρέτο». Με αυτή την αρχή ο Pareto υποστηρίζει ότι το 80% των αποτελεσμάτων προκαλούνται από το 20% των αιτιών. Άρα οι λίγοι παράγοντες (20%) είναι οι απολύτως σημαντικοί ενώ το υπόλοιπο 80% όχι τόσο.

Η Αρχή αυτή μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε πολλούς τομείς. Για παράδειγμα, το 80% των πωλήσεων θα προέρθει από το 20% των πωλητών (προσέχουμε να ευχαριστήσουμε αυτούς τους πελάτες). Το 20% του προσωπικού θα κάνει το 80% της παραγωγής. (εστιάζουμε σε αυτούς). Το 20% των σφαλμάτων οδηγούν στο 80% των ατυχημάτων για το λόγο αυτό πρέπει πρώτα να λύσουμε αυτά τα σφάλματα. Η Αρχή του Παρέτο υπενθυμίζει ότι πρέπει να αφιερώνουμε τον περισσότερο χρόνο στο σημαντικό 20%.Οπότε, σε περίπτωση έλλειψης χρόνου πρέπει να προσδιορίζουμε ποιο είναι το 20% της δουλειά μας και να επικεντρωθούμε σε αυτό.

Η Αρχή του Παρέτο είναι μια παρατήρηση και όχι ένας νόμος που ισχύει πάντα. Όμως εξηγεί πως τα περισσότερα πράγματα δεν συνεισφέρουν το ίδιο. Το ιδανικό θα ήταν η απόδοση σε σχέση με την προσπάθεια να ήταν σταθερή (1/1) , όπως δείχνει η κόκκινη γραμμή στον παραπάνω πίνακα. Όμως στην πραγματικότητα ισχύει αυτό που δείχνει η πράσινη γραμμή.



Δηλαδή το πρώτο 80% των αποτελεσμάτων χρειάζεται ελάχιστη προσπάθεια σε σχέση με το υπόλοιπο 20%. Ακολουθώντας αυτή την αρχή θα καταλάβουμε πως αντί να ξοδέψουμε 3 ώρες σε ένα σχέδιο που μπορεί τελικά να μην μας ικανοποιεί, να φτιάξουμε 6 προσχέδια από 30 λεπτά το καθένα και να διαλέξουμε το καλύτερο. Αυτός ο τρόπος μπορεί να χρησιμοποιηθεί κάθε φορά που ψάχνουμε το καλύτερο αποτέλεσμα.

Η Αρχή του Παρέτο, ο Κανόνας 80-20, θα πρέπει να μας χρησιμεύει σαν καθημερινή υπενθύμιση για να αφιερώνουμε 80% του χρόνου και της ενέργειάς μας στο 20% των πραγμάτων στη ζωή και την εργασία μας που είναι πραγματικά σημαντικά. Με άλλα λόγια, μας θυμίζει να μη δουλεύουμε απλώς κοπιαστικά αλλά έξυπνα και

του ($17^3 = 4913$ και $4 + 9 + 1 + 3 = 17$).

Ενώ κάθε ακέραιος αριθμός μεγαλύτερος του, ισούται με το άθροισμα τριών ακεραίων μεγαλύτερων του 1 που είναι πρώτοι ανά δυο. Οι Πυθαγόρειοι στην αρχαιότητα εξέφραζαν αντιπάθεια για το 17, καθώς βρίσκεται ανάμεσα στους άρτιους αριθμούς 16 και 18, δυο αριθμούς που γεωμετρικά εκφράζουν ταυτόχρονα το εμβαδό και την περίμετρο του ίδιου ορθογωνίου παραλληλογράμμου. Το τετράγωνο με πλευρά 4 έχει εμβαδό και περίμετρο 16, το ορθογώνιο με διαστάσεις 3 και 6 έχει εμβαδό και περίμετρο ίσο με 18.

Στην στερεομετρία προκειμένου να δημιουργηθεί το ανάπτυσμα ενός τρισδιάστατου σταυρού, θα πρέπει

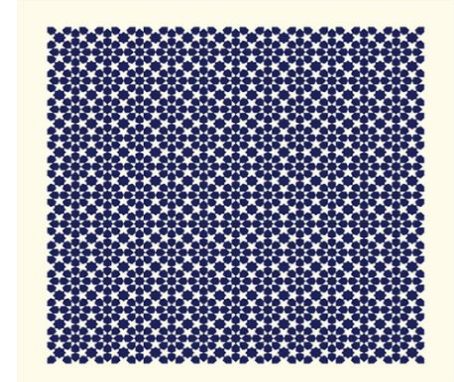
Στα μαθηματικά παραθέτει μια λίστα με όλες τις αξιοσημείωτες ιδιότητες του συγκεκριμένου αριθμού (17) η οποία εμπλουτίζεται κάθε χρόνο.

Συνεπώς, ο μαγικός αριθμός 17 αποτελεί ένα φαινόμενο που τα τελευταία χρόνια ελκύει όλο και περισσότερους ανθρώπους να το διερευνήσουν βαθύτερα. Οι ιδιαίτερες ιδιότητές του στα μαθηματικά και οι εμφανίσεις του στον πολιτιστικό τομέα τον καθιστούν έναν πραγματικά συναρπαστικό αριθμό. Και να μην ξεχνάμε ότι το έτος που διανύσουμε γράφεται ως γινόμενο παραγόντων $2023=17 \times 17 \times 7$

Φ.Μιχάλα γ6 & Β. Κουτρουμάνου γ4

Ισλαμική Τέχνη

Η εκτεταμένη χρήση των γεωμετρικών μοτίβων στην ισλαμική τέχνη δεν ήταν στόχος των μουσουλμάνων αλλά προέκυψε λόγος μίας ανάγκης. Η ανάγκη αυτή είναι θρησκευτικής φύσεως. Πιο συγκεκριμένα, στον μουσουλμανισμό απαγορεύεται στους ναούς να απεικονίζονται ανθρώπινα πρόσωπα. Στο αραβικό χαλιφάτο και ιδιαίτερα στην Ανδαλουσία (Νότια Ισπανία), έπρεπε να επινοηθούν τρόποι για να διακοσμηθούν οι χώροι λατρείας. Με αποτέλεσμα να χρησιμοποιούν γεωμετρικά σχήματα, τα οποία τα είχαν ήδη χρησιμοποιήσει οι Έλληνες και οι Ρωμαίοι, όμως λόγω της προαναφερόμενης ανάγκης και του κεντρικού ρόλου της θρησκείας, τα χρησιμοποίησαν με εξαιρετική τελειότητα. Τα σχήματα τα οποία χρησιμοποιούσαν για να πετύχουν αυτήν την διακόσμηση ήταν ο κύκλος, το τετράγωνο, το ισόπλευρο τρίγωνο, το αστερί και τα κανονικά πολύγωνα. Όλα αυτά τα γεωμετρικά σχήματα επαναλαμβάνονται φτιάχνοντας



ένα πρωτοποριακό και αξιοθαύμαστο έργο τέχνης με αυτά τα μοτίβα, το οποίο μπορεί κάποιος να συναντήσει σε τζαμιά, παλάτια και κάποια σπίτια. Ο σκοπός αυτής της τέχνης είναι να προσπαθήσει να φτάσει την μεγαλειότητα του Αλλάχ αλλά και να αποτυπωθεί αυτό το αίσθημα του απείρου που παρουσιάζεται μέσω των επαναλαμβανόμενων μοτίβων. Μέσω της γεωμετρίας οι μουσουλμάνοι πίστευαν πως θα

«Το 80% των αποτελεσμάτων παράγεται από το 20% των αιτιών»

Η αρχή του Pareto

αποτελεσματικά, κάνοντας τα σωστά πράγματα.

Ε.Σαλούστρου γ8

Ο αριθμός 17

Ο μαγικός αριθμός 17 είναι μια μυστηριώδης έννοια που με την πάροδο των χρόνων, έχει καταφέρει να κεντρίσει το ενδιαφέρον πολλών μαθηματικών. Την δεκαετία του 60, δυο μεταπτυχιακοί φοιτητές στο Μαθηματικό τμήμα του Πανεπιστημίου Πρίνστον, ο Μ.Σπίβακ και ο Ν.Κελί είχαν αναλάβει να καταγράψουν όσο το δυνατόν περισσότερες αξιοσημείωτες ιδιότητες του αριθμού 17 στα μαθηματικά.

Ο αριθμός 17 εκτός του ότι είναι πρώτος αριθμός, δηλαδή δεν μπορεί να διαιρεθεί με κανέναν άλλο αριθμό εκτός από το 1 και τον εαυτό του, χαρακτηρίζεται ως ιδιαίτερος αριθμός. Από την εποχή των Πυθαγορείων έως και σήμερα πολλοί επιστήμονες και όχι μόνο κατέγραψαν τις ξεχωριστές ιδιότητες του 17 σε σχέση με άλλους αριθμούς. Το 17 είναι ο τρίτος κατά σειρά πρώτος αριθμός του Fermat, που σημαίνει ότι είναι ένας πρώτος αριθμός που μπορεί να γραφτεί με τη μορφή $2^{2^n} + 1$, n θετικός ακέραιος. Επίσης εάν προστεθούν οι τέσσερις πρώτοι αριθμοί μαζί, το άθροισμά τους ισούται με 17. Μια ξεχωριστή ακόμη ιδιότητα του αριθμού 17 είναι ότι αυτός ο αριθμός γράφεται ως άθροισμα δυο τετάρτων δυνάμεων: $17=1^4+2^4$. Το 17 είναι ο μόνος αριθμός που ισούται με το άθροισμα των ψηφίων του κύβου

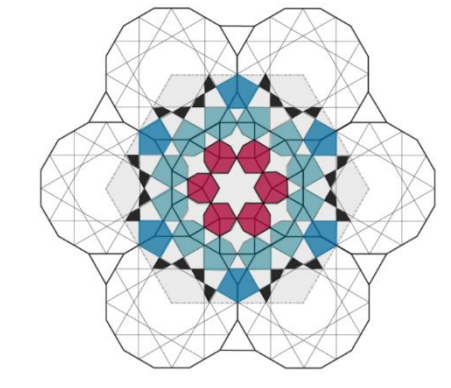
έναν υπερκύβος να “κοπεί” σε 17 έδρες.

Εκτός όμως από τις αμιγώς μαθηματικές του ιδιότητες, ο αριθμός 17 έχει μια σειρά από πολύ σημαντικές επιρροές τόσο σε ιστορικό όσο και σε πολιτιστικό επίπεδο. Στο διάκοσμο του διάσημου ανακτόρου Αλάμπρα στη Γρανάδα της Ισπανίας, έχουν τοποθετηθεί 17 διαφορετικά πλακόστρωτα, σε σχήμα τριγωνικό από τον σπουδαίο καλλιτέχνη M.Escher. Επιπρόσθετα, ο ναός του Παρθενώνα στον ιερό βράχο της Ακρόπολης αποτελείται από 17 κίονες κατά μήκος, γεγονός που συμβολίζει και την αρμονία του συγκεκριμένου αριθμού. Μία ακόμη ξεχωριστή ιδιότητα είναι ότι ο Γκάους σε ηλικία 17 ετών απέδειξε ότι ένα κανονικό πολύγωνο με αριθμό πλευρών πρώτου πλήθους μπορεί να κατασκευαστεί γεωμετρικά με κανόνα και διαβήτη μόνον αν το πλήθος των πλευρών του είναι της μορφής $2^{2^n} + 1$. Τέλος, οι δυο μαθηματικοί που προαναφέραμε ο Μ.Σπίβακ και ο Ν.Κελί που θεωρούνται οι πρωτοπόροι της καταγραφής των ιδιοτήτων του μαγικού αριθμού 17 κατάφεραν να καθιερώσουν την 17^η Ιουλίου ως μέρα εορτασμού του.

Αξιοσημείωτο είναι, ότι σε πολλά μαθηματικά τμήματα γίνονται και εορταστικές εκδηλώσεις και ειδικότερα στο Hampshire College στη Μασαχουσέτη των ΗΠΑ, η 17^η Ιουλίου κλείνει πάντα με ομιλία του Κέλι που είναι βασικός υπεύθυνος από το 1961 για το θερινό μαθηματικό σχολείο με αποδέκτες προικισμένους μαθητές.

καλύψουν το επινοητικό ενδιάμεσο μεταξύ του υλικού και του πνευματικού κόσμου.

Η βασική αρχή της χρήσης της γεωμετρίας στην ισλαμική τέχνη είναι να μην δημιουργούνται κενά μεταξύ των γεωμετρικών σχημάτων με την συνεχόμενη επανάληψη. Τα σχήματα, τα οποία πετυχαίνουν αυτόν τον στόχο με τον καλύτερο δυνατό τρόπο είναι τα κανονικά πολύγωνα. Όμως αξίζει να σημειωθεί, πως το πιο σημαντικό σχήμα στην ισλαμική τέχνη είναι ο κύκλος. Όπως



μπορείτε να παρατηρήσετε και στην παραπάνω φωτογραφία, ο κύκλος δεν είναι το αρχικό σχήμα της δημιουργίας αυτού του ψηφιδωτού, εν τούτοις, η μορφή με την οποία το αρχικό σχήμα, που στην προκειμένη περίπτωση είναι το εγγεγραμμένο τετράγωνο σε συνδυασμό με το τετράγωνο μαζί με ένα ισόπλευρο τρίγωνο, μπορούν και δημιουργούν έναν κύκλο. Όπως φαίνεται στην φωτογραφία ο συνδυασμός αυτών των σχημάτων δεν αφήνει κενά, μιας και άλλοτε δημιουργούνται αστέρια ή ισόπλευρα τρίγωνα στο άσπρο φόντο.

Η τόσο ευρεία χρήση του κύκλου είναι γεγονός, μιας και προσδίδει μία αίσθηση γαλήνης και ειρήνης, όσον αναφορά το αισθητικό και πνευματικό σκέλος. Όσον αναφορά το μαθηματικό και πρακτικό σκέλος, ο κύκλος περικλείει κάθε πιθανή συμμετρία. Επειδή είναι ένα σχήμα που δεν έχει γωνίες, αλλά ούτε και πλευρές, αφού κάθε σημείο του απέχει ακτίνα ρ από το κέντρο, με αποτέλεσμα να είναι απολύτως συμμετρικός (Ένα γεωμετρικό αντικείμενο έχει *συμμετρία*, αν υπάρχει ένας μετασχηματισμός που αντιστοιχεί το σχήμα/αντικείμενο στον εαυτό του, δηλαδή, λέμε ότι το αντικείμενο μένει αναλλοίωτο κατά το μετασχηματισμό. Για παράδειγμα, ένας κύκλος που έχει περιστραφεί γύρω από το κέντρο του θα έχει το ίδιο σχήμα και μέγεθος με τον αρχικό κύκλο όλα τα σημεία πριν και μετά το μετασχηματισμό θα είναι μη διακριτά.) Βέβαια τα μόνα σχήματα τα οποία μπορούν να εξυπηρετήσουν την αρχή που αναφέρεται παραπάνω είναι τα εξάγωνα, τα τρίγωνα και τα τετράγωνα.

Με αποτέλεσμα, για να χρησιμοποιηθούν άλλα σχήματα στο μωσαϊκό πρέπει να χρησιμοποιηθούν τα σχήματα περισσότερες φορές ή να αναπαρασταθούν σε συνδυασμό με άλλα γεωμετρικά σχήματα. Μπορούμε να συμπεράνουμε το

παραπάνω αφού ξέρουμε πως κάθε φορά που αυξάνουμε τις πλευρές ενός κανονικού πολυγώνου αυξάνονται και οι γωνίες τους, με αποτέλεσμα η επόμενη φορά που α/ν=360 θα είναι με δύο γωνίες 180 μοιρών που δεν είναι γωνίες, αλλά ευθείες, οπότε δεν είναι και ένα κανονικό πολύγωνο που μπορεί να αναπαρασταθεί πάνω σε ένα μωσαϊκό. Αυτό, παρουσιάζει το πόσο σημαντικός είναι ο κύκλος για την ισλαμική τέχνη μίας και πρέπει ο κύκλος να σχηματίζει πολύγωνα ή τα πολύγωνα να σχηματίσουν ένα κύκλο ή και τα δύο ταυτόχρονα, Το σημείο αναφοράς όμως που επιτρέπει την διαμόρφωση όλων αυτών των σχημάτων είναι το κέντρο του κύκλου. Γιατί, μέσω του κέντρου του κύκλου καταλαβαίνουμε πως το εξάγωνο εγγεγραμμένο στον κύκλο έχει πλευρά α ίση με 2ρ και είμαστε σίγουροι πως το εξάγωνο αυτό είναι κανονικό. Η σχέση που παρουσιάζεται στην παραπάνω γεωμετρία είναι της τάξεως του αν από τα κέντρα 6 κύκλων μπορεί να φτιαχτεί ένας κύκλος ο οποίος εγγράφει ένα εξάγωνο τότε μέσω αυτής της μεθόδου μπορούν να φτιαχτούν τα πιο σημαντικά πολύγωνα της ισλαμικής τέχνης, το εξάγωνο, το τρίγωνο και το τετράγωνο. Αυτή η δημιουργία των σχημάτων μπορεί να γίνει μέσω των κέντρων των κύκλων ή από την δημιουργία γραμμών στα σημεία που συνδέονται οι κύκλοι. Ένας ακόμη τρόπος με τον οποίο μπορεί να γίνει το μοτίβο είναι να καθρεφτιστεί το γεωμετρικό σχήμα που έχει χρησιμοποιηθεί, το οποίο συνήθως είναι ο κύκλος ή ένα κανονικό πολύγωνο.

Όλα τα στοιχεία τα οποία έχουμε προαναφέρει υπάρχουν σε αυτό το πλακάκι, από πολύγωνα σε κύκλους σε γεωμετρικά σχήματα τα οποία προέρχονται από τον συνδυασμό πολυγώνων και κύκλων ώστε να φτιαχτεί ένα εξάγωνο. Ακόμη, μέσω της γεωμετρίας στην ισλαμική τέχνη παρατηρούμε μία ευρεία χρήση των αρρήτων αριθμών, γιατί με



βάση το Πυθαγόρειο θεώρημα σε ένα τετράγωνο με πλευρά α φέρουμε την διαγώνιό του τότε η διαγώνιος θα έχει μήκος α√2, και η απόσταση του κέντρου του από κάθε ορθή γωνία θα είναι $\frac{\alpha}{\sqrt{2}}$. Αυτό είναι κάτι πολύ σημαντικό γιατί αν από έξι παρόμοια τετράγωνα φτιαχτεί ένα εξάγωνο τότε το εξάγωνο θα έχει πλευρά την διαγώνιο του τετραγώνου δηλαδή α√2, δημιουργώντας ένα μοτίβο αρρήτων αριθμών.

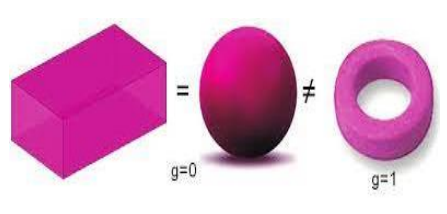
Συμπερασματικά, είναι άκρως απαραίτητο να αναφερθεί πως τα σχήματα τα οποία υπάρχουν σε χώρους με έναν ισλαμικό χαρακτήρα έχουν μία προέλευση η

οποία δεν είναι αναγκαστικό απλή και αυθόρμητη αλλά τις περισσότερες φορές είναι το προϊόν ενός πολύπλοκου και περίτεχνου συνδυασμού. Οι μουσουλμάνοι, δίνουν μεγάλη έμφαση στον εξωραϊσμό του χώρου λατρείας τους και για να τιμήσουν το Θεό τους και τα πιστεύω τους, είδαν με ιδιαίτερο ενδιαφέρον την χρήση των μαθηματικών και ιδιαίτερα της Γεωμετρίας και την εφάρμοσαν εξαιρετικά στη διακόσμηση.

Π.Κανέλλος γ3

Τοπολογία

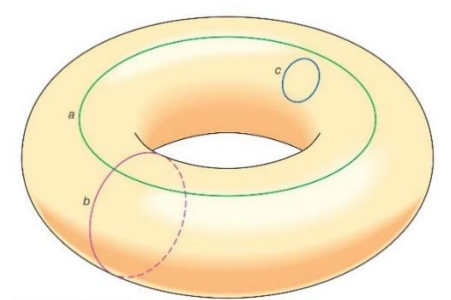
Τοπολογία είναι ένας κλάδος των μαθηματικών που μελετά σώματα στον δισδιάστατο και στον τρισδιάστατο χώρο βάσει ποιοτικών ιδιοτήτων τους, σε αντίθεση με την γεωμετρία που δίνει έμφαση σε ποσοτικά χαρακτηριστικά (μέτρα γωνιών, μήκη κλπ.). Δύο σώματα είναι τοπολογικά όμοια ή ισοδύναμα, αν το ένα μπορεί να παραμορφωθεί συνεχόμενα (χωρίς δηλαδή να κοπούν ή να συγκολληθούν μέρη) μέχρι να μοιάζει με το άλλο και αντίστροφα. Συνεπώς, στο δισδιάστατο χώρο ένας κύκλος είναι τοπολογικά όμοιος με την περιφέρεια ενός τετραγώνου και μία σφαίρα είναι ισοδύναμη ενός κύβου στον τρισδιάστατο χώρο, αλλά τοπολογικά διαφορετική από έναν τόρο (κύλινδρο ενωμένο στις βάσεις του ή κουλούρι).



Το ενδιαφέρον έγκειται στις ιδιότητες που παραμένουν σταθερές μετά από τέτοια παραμόρφωση. Η τοπολογία εξειδικεύεται σε γενική τοπολογία ή τοπολογία σημείων και σε αλγεβρική τοπολογία.

Προαναφέρθηκε ότι μία σφαίρα δεν είναι τοπολογικά όμοια με έναν τόρο και αυτό μπορεί να ερμηνευτεί μεταξύ άλλων μεθόδων συγκρίνοντας τη συμπεριφορά ενός κύκλου ή ενός βρόγχου/θηλιάς στην επιφάνεια του κάθε σχήματος. Για παράδειγμα, οποιοσδήποτε κύκλος στην επιφάνεια μιας σφαίρας μπορεί να συρρικνωθεί μέχρι να γίνει σημείο (ή κύκλος μηδενικής διαμέτρου) παραμένοντας πάντα πάνω στη σφαίρα. Λέμε ότι η σφαίρα ή όποιο σώμα διαθέτει την ίδια ιδιότητα (τοπολογικά ισοδύναμο με αυτήν) είναι *απλά συνδεδεμένο* (*simply connected*). Αντίθετα, σε έναν τόρο δεν ισχύει το ίδιο, αφού – λόγου χάρη – ένας βρόγχος όπως ο βρόγχος b στο διπλανό σχήμα δεν μπορεί να συρρικνωθεί χωρίς να παραμορφώσει την διάμετρο της διατομής του. Ωστόσο, εφόσον η τοπολογία πραγματεύεται και ακανόνιστα σχήματα, στα οποία τέτοιες οπτικές παρατηρήσεις δεν είναι εφικτές ή εύκολες, χρειάζεται για την μελέτη τους η ικανότητα να

συγκρίνουμε δύο σώματα. Για να γίνει αυτό, κάνουμε λόγο για έναν συγκεκριμένο ν-διάστατο *περιβάλλοντα χώρο* (ambient space) σχετικά με τον οποίο τα συγκρίνουμε. Τα ίδια σώματα



μπορεί να μην είναι τοπολογικά όμοια σε ένα δισδιάστατο επίπεδο αλλά να είναι όμοια στον τρισδιάστατο χώρο.

Έστω, για παράδειγμα, ότι έχουμε δύο σώματα. Το πρώτο αποτελείται από έναν κύκλο και ένα σημείο που βρίσκεται έξω από αυτόν ενώ το δεύτερο από έναν ίδιο κύκλο και ένα σημείο που βρίσκεται μέσα σε αυτόν. Στο επίπεδο, αυτά τα σώματα δεν είναι τοπολογικά ισοδύναμα, εφόσον απαιτείται το σημείο να περάσει μέσα από τον κύκλο κόβοντάς τον για να γίνουν ίδια τα σώματα. Εντούτοις, αν μεταφέρουμε τα δύο σώματα στον τρισδιάστατο χώρο, το σημείο μπορεί απλά να περάσει

«πάνω» από τον κύκλο για να μπει ή να βγει από αυτόν ώστε το ένα σώμα να

μετατραπεί στο άλλο. Αυτή η παρατήρηση σημαίνει πως δύο σώματα που δεν είναι τοπολογικά ισοδύναμα στις 3 διαστάσεις μπορεί να είναι όμοια σε ένα υποθετικό τετραδιάστατο περιβάλλον, όπου το σώμα μπορεί να παραμορφωθεί με διαφορετικό τρόπο.

Αλγεβρική Τοπολογία – Η εξίσωση Euler – Poincaré

Μέχρι τώρα, έχουμε αναφερθεί στα τοπολογικά χαρακτηριστικά των σωμάτων ως καθαρά ποιοτικές έννοιες. Πώς μπορούμε να εκφράσουμε αλγεβρικά τα χαρακτηριστικά των τοπολογικά όμοιων σωμάτων; Την απάντηση σε αυτό δίνει η εξίσωση Euler – Poincaré που έχει ως εξής: $\chi = V - E + F = 2 - 2g$, που συσχετίζει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του στερεού με τα τοπολογικά του χαρακτηριστικά (όπου χ το χαρακτηριστικό Euler του σώματος, V το πλήθος των κορυφών του, E το πλήθος των ακμών του, F το πλήθος των εδρών του και g ο αριθμός των - διαμπερών - τρυπών που περιέχει). Καταρχάς, από αυτόν τον τύπο επιβεβαιώνεται ότι σώματα με ίδιο αριθμό τρυπών είναι τοπολογικά όμοια. Περαιτέρω, προκύπτει ότι ένας κύβος, μια πυραμίδα, ένα πρίσμα, ένας κώνος και μία σφαίρα είναι τοπολογικά ισοδύναμα, αφού όλα έχουν $\chi = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Όσον αφορά τον κώνο ή τη σφαίρα, για να υπολογιστούν οι ακμές, οι κορυφές και οι έδρες τους, αρκεί να καλύψουμε όλη την επιφάνειά τους με τρίγωνα. Κατ’ αυτόν τον τρόπο,

λόγου χάρη, μια σφαίρα αποκτά τα χαρακτηριστικά μίας τριγωνικής πυραμίδας. Η διαδικασία αυτή λέγεται «τριγωνοποίηση»

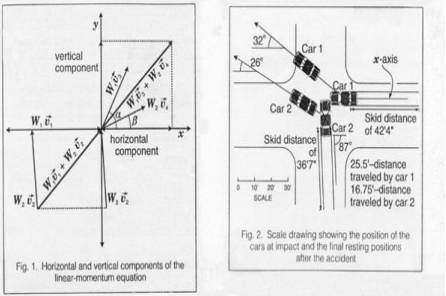
Η τοπολογία είναι ένας σχετικά νέος κλάδος των μαθηματικών (την εισηγήθηκε πρώτος ο Henry Poincaré το 1895), που ωστόσο έχει γεννήσει διάφορες μαθηματικές θεωρίες, που διευρύνουν τα όρια των μαθηματικών όπως τα ξέραμε. Η θεωρία Κόμβων, για παράδειγμα, έχει συμβάλει στην κατανόηση του τρόπου με τον οποίο διάφορα είδη DNA «ξετυλίγονται», ενώ η τοπολογία έχει βρει εφαρμογές και στην κβαντική μηχανική, και κατ’ επέκταση στην ενίσχυση των δυνατοτήτων των κβαντικών υπολογιστών και στις τεχνολογίες υλικών με τους υπεραγωγούς που καθιστά δυνατούς.

Α.Βασιλικός, Ο.Διαμαντόπουλος, Ο. Δημητρίου γ2

Αστυνομία και Μαθηματικά

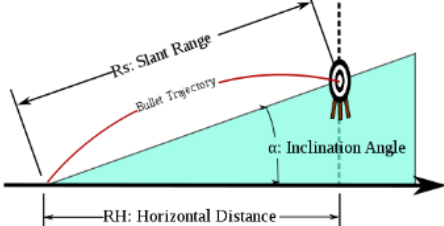
Τα Μαθηματικά δεν είναι απλά ένα σχολικό μάθημα. Είναι μια παγκόσμια γλώσσα που εφαρμόζεται σχεδόν σε κάθε πτυχή της ζωής. Τα Μαθηματικά, μας δίνουν τη δυνατότητα να καλλιεργούμε και να οργανώνουμε τη σκέψη μας, να εξασκούμε τις δεξιότητες της ανάλυσης και της συλλογιστικής και να τεκμηριώνουμε τις απαντήσεις μας με επιχειρήματα. Για αυτό τον λόγο έχουν εφαρμογές σχεδόν σε κάθε κλάδο, όπως την τεχνολογία, τις επιχειρήσεις, το λιανικό εμπόριο, την υγειονομική περίθαλψη, ακόμα και στην επιστήμη της εγκληματολογίας. Στην εγκληματο-λογία, μπορούν να βοηθήσουν στην καταγραφή και ανάλυση δεδομένων και στοιχείων που έχουν συλλέξει και καταγράφει οι αστυνομικοί, στην στατιστική επεξεργασία τους με στόχο την μελέτη της συμπεριφοράς των εγκληματιών και γενικότερα στην διαλεύκανση διάφορων εγκληματικών πράξεων στην σωστή εξαγωγή συμπερασμάτων με απώτερο στόχο την απονομή της δικαιοσύνης.

Για παράδειγμα στην περίπτωση κάποιου τροχαίου ατυχήματος. Οι αστυνομικοί για να καταλάβουν πως έγινε κάποιο τροχαίο ατύχημα χρησιμοποιούν γωνίες και μετρήσεις, όπως το ίχνος που άφησαν οι τροχοί του αυτοκίνητου στην άσφαλτο με το φρενάρισμα ώστε να μπορέσουν να προσδιορίσουν την ταχύτητα και



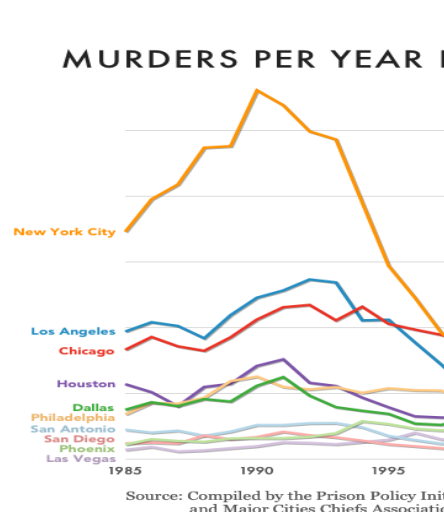
να υπολογίσουν την απόσταση που διένυσε το αυτοκίνητο, μέχρι την πρόσκρουση και σε πιο σημείο έγινε το δυστύχημα.

Επίσης στα εγκληματολογικά εργαστήρια της αστυνομίας



εξειδικευμένο προσωπικό χρησιμοποιούν τη βαλλιστική για τον προσδιορισμό της τροχιάς του βλήματος και την απόσταση του στόχου από τον σκοπευτή.

Παράλληλα μπορούν να προσφέρουν και σε εργαστηριακές αναλύσεις όπου χρειάζονται και μαθηματικές γνώσεις και όχι μόνο γνώσεις χημείας και βιολογίας.



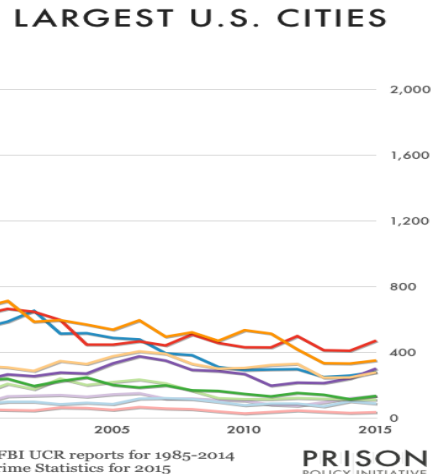
Επιπλέον, η αστυνομία όπως προαναφέραμε χρησιμοποιεί τη στατιστική, για να καταγράψει δεδομένα και να δημιουργήσει ψυχολογικά προφίλ ανθρώπων που διέπραξαν εγκλήματα ώστε να φθάνει πιο εύκολα στην εξιχνιάσή τους. Επίσης μέσω της στατιστικής με τη καταγραφή δεδομένων διαφόρων εγκλημάτων πάσης φύσεως, προσδιορίζεται και ο δείκτης εγκληματικότητας μιας χώρας. Καταλαβαίνουμε λοιπόν ότι η Στατιστική και γενικότερα το μάθημα των Μαθηματικών είναι απαραίτητο σχεδόν σε όλα τα πανεπιστήμια, που διδάσκουν την επιστήμη της εγκληματολογίας όπως επίσης ότι τα μαθηματικά μπορούν να συμβάλουν στην απονομή της δικαιοσύνης.

Δ.Βαϊρης γ1

Το τεστ του Herman Rorschach

Σε πολλούς τομείς της ψυχοπαθολογίας, το τεστ κηλίδων μελάνης του Ρόρσαχ απέτυχε τον σκοπό του, δηλαδή να αποτελεί ένα διαγνωστικό μέσο διαφόρων ψυχολογικών παθήσεων. Ωστόσο δεν παύει να είναι μία καινοτόμος προσπάθεια για την εξέλιξη της ψυχολογίας και της ψυχιατρικής μέσω της οπτικής εικόνας η οποία συνδυάζει έναν σημαντικό τομέα της γεωμετρίας, δηλαδή τα φράκταλς. Πράγματι, αναλύσεις και έρευνες από επιστήμονες του 21ου αιώνα, όπως τον Richard Taylor, χρησιμοποίησαν την γεωμετρία των φράκταλς για να διεξάγουν διάφορα συμπεράσματα. Αρχικά, ο Richard Taylor εξέτασε 5 μαύρα σχέδια του Ρόρσαχ, χρησιμοποιώντας μια μεταβλητή D, όπου D ισοδυναμεί με τη πολυπλοκότητα και τη ποικιλία σχημάτων ή αντικειμένων που

εντοπίζονται σε ένα μοτίβο. Η μεταβλητή αυτή μπορεί να πάρει τιμές από 1.0 – δηλαδή κενό χαρτί έως 2.0 πλήρως μαυρισμένο χαρτί στο οποίο δεν μπορεί να εντοπισθεί κανένα σχήμα . Ο Richard Taylor ανακάλυψε πως οι τιμές που μπορούσε να πάρει αυτή η μεταβλητή ποικίλλουν από 1.1 έως 1.3, σχετικά χαμηλή πολυπλοκότητα (επομένως πολλές εικόνες). Είχε πρόσβαση επίσης σε ιστορικά δεδομένα, τα οποία κατέγραφαν τις εικόνες που μπορούσαν να διακρίνουν οι εξεταζόμενοι. Μία πηγή είχε καταγεγραμμένους 1.050 εξεταζόμενους, οι οποίοι συνολικά εντόπισαν 300 διαφορετικές εικόνες σε ένα σχέδιο του Ρόρσαχ. Ο Ρόρσαχ πριν μπορέσει να βιώσει



τη δημοσιότητα του έργου του πέθανε το 1922 με τραγικό τρόπο σε ηλικία μόλις 37 ετών από ρήξη σκωληκοειδίτιδας. Ο θάνατός του, εκτόξευσε το τεστ ψυχανάλυσης που επινόησε και γιατροί απ’ όλο το κόσμο, άρχισαν να το εφαρμόζουν στους ασθενείς τους. Μάλιστα, το 1945 ένας ψυχίατρος εφάρμοσε το τεστ Rorschach σε ναζιστές κρατουμένους, προτού ολοκληρωθούν οι Δίκες της Νυρεμβέργης. Στη δεκαετία του 1960, το εν λόγω τεστ το έκαναν πάνω από ένα εκατομμύριο άνθρωποι κάθε χρόνο στις ΗΠΑ, ενώ σήμερα αποτελεί σημαντικό παράδειγμα γεωμετρίας των φράκταλς.

Π. Χριστακόπουλος & Π. Τσαβδαρίδης γ9

Συνάρτηση ζ Το πρόβλημα της Βασιλείας

Το πρόβλημα της Βασιλείας είναι ένα από τα δημοφιλέστερα μαθηματικά προβλήματα το οποίο εμφανίστηκε στα μέσα του 17ο αιώνα σε ένα πανεπιστήμιο της Ελβετίας, από τους καθηγητές μαθηματικών Γιάκομπ και Γιόχαν. Το πρόβλημα της Βασιλείας έγκειται στον υπολογισμό του απείρου αθροίσματος των αντιστρόφων τετραγώνων. Ένα αντίστροφο τετράγωνο είναι ένα κλάσμα του οποίου ο αριθμητής είναι η μονάδα και ο παρονομαστής είναι το τετράγωνο ενός φυσικού αριθμού. Γενικά, το πρόβλημα απαιτεί κατά πόσο το άθροισμα των απείρων όρων της σειράς δίνει ως αποτέλεσμα έναν πραγματικό αριθμό. Αναλυτικότερα, οι μαθηματικοί, προκειμένου να προσδιορίσουν τη λύση του προβλήματος ακολούθησαν την εξής διαδικασία. Αρχικά, παρατήρησαν ότι η σειρά της

Βασιλείας (ο τρόπος που έχει διατυπωθεί η παράσταση) δεν διαφέρει σημαντικά από την αρμονική σειρά

Σ

n
=
1

2

k

=
1
+

1
2

+

1
3

+
⋯
+

1

2

κ
την αποκλίνουσα άπειρη σειρά. Έτσι, κάθε όρος της αντιστοιχεί στο τετράγωνο του ανάλογου όρου της αρμονικής.

$$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{5^2}...$$

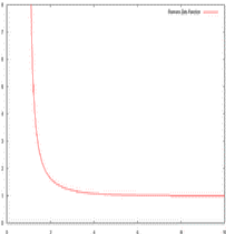
Εντούτοις, όταν τετραγωνίζουμε έναν αριθμό μικρότερο της μονάδας, προκύπτει πιο μικρός αριθμός από τον αρχικό. Το γεγονός αυτό έχει ως αποτέλεσμα, η παράσταση να αναπαρίσταται σε μία φθίνουσα σειρά άπειρων φυσικών αριθμών, τετραγωνισμένων με αριθμητή τη μονάδα. Οι μαθηματικοί, πρώτα, υπολόγισαν το άθροισμα των δέκα πρώτων αριθμών της ακολουθίας το οποίο ισούται με 1,5497677... . Έπειτα, των 100 πρώτων αριθμών το οποίο προέκυψε 1,6349839... .Στη συνέχεια, το άθροισμα των 1.000 πρώτων αριθμών, 1,6439345... . Τέλος, το άθροισμα των 10.000 πρώτων όρων που ισούται με 1,6448340... .Παρατηρώντας τα αποτελέσματα, προσδιόρισαν πως ο αριθμός x , όπου x το αποτέλεσμα, βρίσκεται μεταξύ 1,644<x<1,645. Ωστόσο, οι μαθηματικοί δεν ικανοποιήθηκαν από τα συμπεράσματα, εφόσον η απάντησή τους ήταν ανοιχτής μορφής (δηλαδή όχι αυτό που απαιτούσε η λύση του προβλήματος). Έτσι, έπειτα από κάποιες προσπάθειες για την περιγραφή του προβλήματος σε κλειστό τύπο (9108/5537, 560837199/340948133, τετραγωνική ρίζα του 46/17 και πολλά άλλα), το 1735 (μετά από 46 χρόνια) ο Λέοναρντ Όιλερ έδειξε ότι η λύση του προβλήματος ήταν το π²/6. Πώς όμως ένα τέτοιο

$$\zeta(s)=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^s}$$

πρόβλημα, συνέβαλε στη δημιουργ ία της γνωστής συνάρτησης ζ; Η λύση του Όιλερ, δεν έδωσε μόνο μια λύση κλειστής μορφής για τη σειρά των αντιστρόφων τετραγώνων, καθώς μέσω κάποιων υπολογισμών προέκυψαν και οι λύσεις για κάθε τιμή του εκθέτη (για εκθέτη 2, η σειρά είναι π²/6, για εκθέτη ίσο με 4 η σειρά είναι π⁴/90 κ.ο.κ.). Ωστόσο, η λύση του Όιλερ, μας βοηθάει μόνο για τις συναρτήσεις όπου ο εκθέτης είναι άρτιος. Εάν ο εκθέτης είναι περιττός, καμία λύση δεν έχει αναπτυχθεί που να παραδίδει την παράσταση σε κλειστή μορφή. Μάλιστα, το 1978, αποδείχθηκε από τον Ροζέ Απερή ότι η συνάρτηση αυτή με εκθέτη τον αριθμό 3 είναι άρρητη. Έτσι, τον 18ο αιώνα πριν το αποδείξει ο Απερή, πολλοί μαθηματικοί προβληματίστηκαν για τις ακριβείς κλειστές μορφές όλων όπου ο εκθέτης είναι άρτιος, ωστόσο δεν μπορούσαν να προσεγγίσουν επαρκώς για έναν περιττό εκθέτη (πέρα από το 1, όπου το αποτέλεσμα είναι άπειρο).

Τι σημαίνουν όμως αυτά τα σύμβολα και τι είναι τελικά η συνάρτηση ζ;
Οι Μαθηματικοί όταν καταγράφουν συναρτήσεις χρησιμοποιούν κάποια συγκεκριμένα σύμβολα για να τις εκφράσουν πιο οργανωμένες και κλειστές. Το Σ βγαίνει από το ελληνικό γράμμα ‘Σ’ και υποδεικνύει το άθροισμα (sum). Άρα όποια συνάρτηση περιέχει το Σ, θα σχετίζεται με ένα άθροισμα. Στο πάνω και στο κάτω μέρος του ‘Σ’ υποδηλώνουμε τα «όρια» δηλαδή ποιος είναι ο πρώτος όρος και ποιος ο τελευταίος όρος της συνάρτησης. Επομένως, στη συγκεκριμένη συνάρτηση οι αριθμοί είναι όλοι οι θετικοί. Η τιμή δεξιά από το ‘Σ’, υποδηλώνει τι προσθέτουμε, στην περίπτωση αυτή k^{-s} ή $1/k^s$ (ιδιότητες δυνάμεων). Συνεπώς η συνάρτηση αυτή, περιγράφει το άθροισμα όλων των θετικών αριθμών ‘k’, υψωμένους στη δύναμη ‘-s’ όπου s είναι ένας αριθμός.
Εάν παρατηρήσουμε τα αποτελέσματα (τις προσεγγίσεις), για κάθε τιμή του ‘s’, παρατηρούμε ότι όταν το s πλησιάζει στο 1 (εφόσον το 1 εξαιρείται) η τιμή του ζ φτάνει πολύ ψηλά, και όπως αναφέραμε, εάν ο εκθέτης είναι το

s	Προσεγγιστική τιμή
1	Δεν έχει λύση
2	1,6449306648
3	1,202056903159
4	1,082323233711
5	1,036927755143
6	1,0173061984



1, το αποτέλεσμα της παράστασης είναι άπειρο

Ο. Κουντούρης γ4

Θ. Μπαρτσώτας γ6

Πως το Καζίνο έχει κέρδος

Τα ζάρια είναι ένα από τα πιο διάσημα παιχνίδια που παίζονται σε ένα συνηθισμένο καζίνο. Στα ζάρια ο κάθε παίκτης ποντάρει και με τη σειρά του παίρνει τα ζάρια και τα ρίχνει. Αν φέρει 7 ή 11 στην πρώτη ζαριά κερδίζει. Αν φέρει 2, 3 ή 12 (που ονομάζονται και craps) τότε χάνουν όλα τα στοιχήματα pass και το παιχνίδι ξαναρχίζει. Αν ο παίκτης φέρει 4, 5, 6, 8, 9 και 10 τότε έχουμε ένα point. Ο παίκτης συνεχίζει να ρίχνει τα ζάρια μέχρι να ξαναφέρει το ίδιο άθροισμα πριν φέρει 7. Αν φέρει 7 πριν καταφέρει να ξαναφέρει το νούμερο point τότε χάνει, όπως και όλα τα στοιχήματα pass. Κατά την διάρκεια του παιχνιδιού οι υπόλοιποι παίκτες του τραπέζιού, όπως και ο παίκτης που ρίχνει, μπορούν να στοιχηματίζουν και σε οτιδήποτε άλλο θέλουν από τα στοιχήματα που είναι διαθέσιμα στον πίνακα στοιχημάτων. Ακόμη

και ο παίκτης που ρίχνει τα ζάρια μπορεί να στοιχηματίζει σε ζαριές αντίθετες από αυτές που κανονικά θα επιθυμούσε να φέρνει. Για να μετρήσω λοιπόν την

	1	2	3	4	5	6
1	1+1	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1
2	1+2	2+2	3+2	4+2	5+2	6+2
3	1+3	2+3	3+3	4+3	5+3	6+3
4	1+4	2+4	3+4	4+4	5+4	6+4
5	1+5	2+5	3+5	4+5	5+5	6+5
6	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6

πιθανότητα που έχει ένα παίκτης να κερδίσει, έχω σχηματίσει τον παραπάνω πίνακα.

Ο παραπάνω πίνακας μας δίνει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς αριθμών που μπορούν να γίνουν με δύο ζάρια οι οποίοι είναι $6 \times 6 = 36$.

Στον δεύτερο αυτόν πίνακα έχουμε χρωματίσει τους συνδυασμούς, με τους οποίους κάποιος μπορεί να φέρει 7 ή 11 και να κερδίσει.

1	1+1	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1
2	1+2	2+2	3+2	4+2	5+2	6+2
3	1+3	2+3	3+3	4+3	5+3	6+3
4	1+4	2+4	3+4	4+4	5+4	6+4
5	1+5	2+5	3+5	4+5	5+5	6+5
6	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6

Οι συνδυασμοί αυτοί είναι 8 από τους 36 άρα η πιθανότητα είναι $8/36 = 22,2\%$

Στον παρακάτω πίνακα έχουμε χρωματίσει τους συνδυασμούς που φέρνουν 2, 3 ή 12 και είναι $4/36$. Οπότε η πιθανότητα κάποιος να χάσει στον πρώτο γύρο είναι $12,5\%$

1	1+1	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1
2	1+2	2+2	3+2	4+2	5+2	6+2
3	1+3	2+3	3+3	4+3	5+3	6+3
4	1+4	2+4	3+4	4+4	5+4	6+4
5	1+5	2+5	3+5	4+5	5+5	6+5
6	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6

Ο παρακάτω είναι ο τελικός πίνακας του πρώτου γύρου και οι χρωματισμένοι συνδυασμοί είναι αυτοί με τους οποίους ο παίκτης δεν μπορεί ούτε να χάσει ούτε να κερδίσει και αυτοί είναι 24. Η πιθανότητα να φέρει ένα παίκτης αυτούς τους συνδυασμούς είναι, $66,6\%$

	1	2	3	4	5	6
1	1+1	2+1	3+1	4+1	5+1	6+1
2	1+2	2+2	3+2	4+2	5+2	6+2
3	1+3	2+3	3+3	4+3	5+3	6+3
4	1+4	2+4	3+4	4+4	5+4	6+4
5	1+5	2+5	3+5	4+5	5+5	6+5
6	1+6	2+6	3+6	4+6	5+6	6+6

Στον δεύτερο γύρο η πιθανότητα να χάσει είναι με βάση το επόμενο πινακάκι είναι $16,6\%$

Ενώ η πιθανότητα να φέρει δύο φορές στη σειρά:

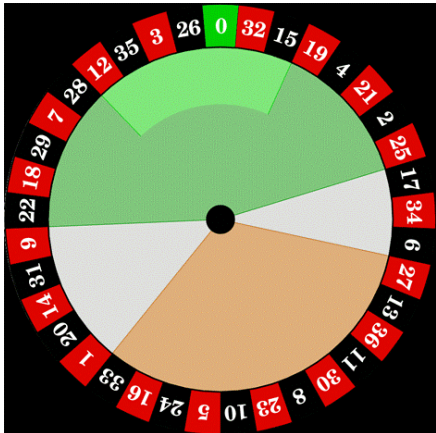
- 2 είναι $0,077160493\%$
- 3 είναι $0,308641975\%$
- 4 είναι $0,694444444\%$
- 5 είναι $1,234567901\%$
- 6 είναι $1,929012345\%$
- 7 είναι $2,777777777\%$
- 8 είναι $1,929012345\%$
- 9 είναι $1,234567901\%$
- 10 είναι $0,694444444\%$

- 11 είναι $0,308641975\%$
- 12 είναι $0,077160493\%$

Άρα με βάση τα παραπάνω καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι στον πρώτο γύρο η πιθανότητα κάποιος να κερδίσει είναι $22,2\%$. Αντίθετα στον δεύτερο γύρο η πιθανότητα στην καλύτερη περίπτωση κάποιος να κερδίσει είναι $2,7\%$ ενώ στην χειρότερη περίπτωση είναι $0,077160493\%$

Ρουλέτα

Η Ρουλέτα αποτελείται από έναν τροχό ο οποίος περιέχει θήκες για τους αριθμούς από το 0 έως το 36



και την ώρα που γυρνάει, ο ντίλερ ρίχνει μια μπίλια η οποία μπαίνει σε μία από τις 37 θήκες και έναν πίνακα όπου μπαίνουν τα εσωτερικά στοιχήματα.

Οι παίκτες σε κάθε γύρο στοιχηματίζουν με τις μάρκες τους στον αριθμό/στους αριθμούς που νομίζουν ότι θα καταλήξει η μπίλια.

Το αν αξίζει να παίξει κανείς ένα στοίχημα μπορεί να το καταλάβει αντιστρέφοντας την απόδοση και συγκρίνοντάς την με την πιθανότητα νίκης. Εάν $1/\alpha < \pi$ τότε αξίζει. Εάν $1/\alpha > \pi$ δεν αξίζει. Εάν $1/\alpha = \pi$ τότε είναι $50/50$.

Στην παραπάνω εικόνα βλέπουμε το τραπέζι της ρουλέτας όπου μπαίνουν όλα τα εσωτερικά στοιχήματα.

Εσωτερικά στοιχήματα

Αρχικά, οι παίκτες μπορούν να στοιχηματίσουν σε έναν οποιονδήποτε αριθμό, βάζοντας μια μάρκα πάνω στον πίνακα και εάν η μπίλια καταλήξει στην θήκη αυτού, παίρνουν πίσω τα τριάντα-εξαπλάσια από τα χρήματα που πόνταραν. Για παράδειγμα, εάν ένας παίκτης ποντάρει 100 ευρώ σε έναν αριθμό και κερδίσει, παίρνει



πίσω 3.600 ευρώ. Δεν είναι έξυπνο να στοιχηματίσει κανείς καθώς έχει $1/37$ πιθανότητα να κερδίσει και έχει απόδοση $36/1$ και σύμφωνα με

την παραπάνω μέθοδο $1/36 > 1/37$.

Οι παίκτες μπορούν να ποντάρουν σε ζεύγη που βρίσκονται το ένα δίπλα στο άλλο στον πίνακα με απόδοση $18/1$. Άρα, το ποντάρισμα δεν αξίζει αφού οι πιθανότητες να κερδίσουν είναι $2/37$ και η απόδοση είναι $36/2 = 18/1$, μικρότερη από την απόδοση που θα είχε εάν η απόδοση ήταν ανάλογη των πιθανοτήτων ($2/36 > 2/37$).

Υπάρχει επίσης δυνατότητα πονταρίσματος σε 3άδες στην σειρά, 4άδες σε μορφή ορθογωνίου παραλληλογράμμου, 6άδες σε 2 στήλες των τριών αριθμών που συνορεύουν, 12άδες σε σειρές ή σε 4 στήλες των τριών και 18άδες είτε από το 1-18 και από το 19-36, είτε ως μονοί-ζυγοί χωρίς το 0. Οι τριάδες έχουν απόδοση $12/1$ ενώ η πιθανότητα νίκης είναι $3/37$ ($3/36 > 3/37$), οι τετράδες έχουν απόδοση $9/1$ με πιθανότητα νίκης $4/37$ ($4/36 > 4/37$), οι εξάδες έχουν απόδοση $6/1$ με πιθανότητα νίκης $6/37$ ($6/36 > 6/37$), οι δωδεκάδες έχουν απόδοση $3/1$ με πιθανότητα νίκης $12/37$ ($12/36 > 12/37$) και οι δεκαοκτάδες έχουν απόδοση $2/1$ με πιθανότητες νίκης $18/37$ ($18/36 > 18/37$).

Γειτονικά Στοιχήματα

Αυτά τα στοιχήματα απασχολούν την θέση των αριθμών στο τραπέζι της ρουλέτας.

Υπάρχουν 4 δυνατά πονταρίσματα: Το Ζερό, Γείτονες του Ζερό, Τιερς και Τα Ορφανά.

Το ζερό αφορά 7 αριθμούς που βρίσκονται κοντά στο 0 στο τραπέζι της ρουλέτας, τα 0, 32, 15, 26, 12, 35 και 3, όπως φαίνεται και στην ανοιχτή πράσινη περιοχή του τραπέζιού. Ο παίκτης βάζει τις μάρκες του ίσα σε κάθε ένα ζευγάρι (0, 3, 35, 32, 12, 15) και στον αριθμό 26 και οι αποδόσεις είναι ίδιες με των εσωτερικών στοιχημάτων (δηλαδή εάν τύχει το 3, ο παίκτης έχει απόδοση $18/1$ αφού το 3 με το 0 είναι ζευγάρι).

Αντίστοιχα δουλεύουν και τα υπόλοιπα γειτονικά στοιχήματα, μοιράζοντας ίσα τις μάρκες που ποντάρει ο παίκτης σε όλους τους αριθμούς της περιοχής που περιλαμβάνει το στοίχημα. Οι γείτονες του ζερό είναι όλη πράσινη περιοχή (μαζί με το ζερό), Το τιερς είναι η μπεζ περιοχή και τα ορφανά είναι η άσπρη περιοχή.

Γ.Καζάκος γ3

Μ.Τσαιτουρίδης γ9